

# COMPORTEMENT DES VOILES MINCES EN BETON ARME EN FORME DE PARABOLOIDES HYPERBOLIQUES

Par :  
M. LERARI  
Ingénieur E.N.P. - Magister Génie Civil.  
Enseignant à l' E.N.T.P. (Alger)

## 1 INTRODUCTION

Les "Voiles Minces" (VM) sont des structures autoportantes qui offrent la possibilité de couvrir de grands espaces sans (ou avec peu) appuis intermédiaires. De plus, ce sont des constructions légères (faibles besoins en matériaux) ce qui constitue un avantage aussi sur les constructions classiques c'est à dire les structures dont les éléments portants (poutres) et couvrants (couverture) sont bien distincts. Cependant, la complexité et le coût aussi bien du coffrage que du calcul de ces structures font que souvent on renonce à leur emploi.

Le "Paraboloïde Hyperbolique" (PH) à rives rectilignes, objet de cette étude, est une surface qui peut être engendrée par le mouvement d'une droite s'appuyant sur deux autres droites inclinées et parallèles à un plan fixe. Ce qui signifie, pour nous autres constructeurs, que le coffrage peut être réalisé au moyen de voliges rectilignes d'où une réduction importante du coût de réalisation.

Dans le passé, ces constructions étant généralement conçues pour supporter des charges réparties, on utilisait la "théorie de la membrane" ([1] [2], [3], [4], ...) et dans le cas du PH le calcul ne présentait aucune difficulté. Cette recherche montre, entre autre, que même pour ce type de chargement un calcul flexionnel est nécessaire.

Ce travail est consacré à l'étude du comportement des PH ayant leur rives encastées dans des poutres élastiques ([5], [6], [7], [8], [9], [10], [11]). Deux modèles réduits en micro-béton armé, qui diffèrent essentiellement par le surbaissement, sont testés dans le domaine élastique linéaire puis jusqu'à la ruine à la fin des essais. La description de l'essai à la ruine sera présentée dans un prochain numéro.

Des charges ponctuelles sont appliquées en plusieurs points de la surface ce qui permet une analyse assez complète du comportement des voiles sous ce type de chargement. Les charges appliquées n'étant pas élevées, la réponse des modèles est toujours linéaire ce qui nous a permis de faire usage du principe de superposition pour simuler des charges réparties. Pour ce dernier type de chargement, un modèle numérique est proposé et les résultats numériques sont comparés aux résultats expé-

riementaux. Cette partie du travail fera l'objet d'un autre article.

## 2 ETUDE EXPERIMENTALE

### 2.1 Description des essais

Les deux modèles testés se distinguent essentiellement par leur surbaissement, l'un ayant un surbaissement de 30 cm et l'autre un surbaissement de 45 cm. Les deux modèles seront désignés par "modèle M30" et "modèle M45" dans la suite du texte.

Les caractéristiques géométriques des modèles réalisés sont indiquées à la figure 1.

Les appuis des modèles sont constitués par des "articulations sphériques" aux sommets bas et des "billes" aux sommets hauts. Les bords du voile sont cernés de poutres de 5 cm de largeur (figure 1) armées de 4 barres (ronds lisses) de 6 mm de diamètre.

L'armature du voile proprement dit, située approximativement au niveau de la surface moyenne, est constituée de fils de 2 mm de diamètre distants de 5 cm et placés suivant les diagonales de la surface. Les essais de traction ont donné une limite d'élasticité moyenne de  $1\ 900\ \text{kg/cm}^2$  et une contrainte de rupture voisine de  $3\ 400\ \text{kg/cm}^2$ .

Les caractéristiques des micro-bétons confectionnés sont :

#### Modèle M30

Module d'élasticité :  $362\ 000\ \text{kg/cm}^2$   
Coef. de Poisson : 0.153  
Résist. à la compr :  $612\ \text{kg/cm}^2$

#### Modèle M45

Module d'élasticité :  $332\ 000\ \text{kg/cm}^2$   
Coef. de Poisson : 0.146  
Résist. à la compr :  $582\ \text{kg/cm}^2$

La résistance à la compression a été déterminée par écrasement d'éprouvettes cubiques de 5 cm de côté. Les essais ont été effectués à 3 âges différents : 14, 31 et 66 jours pour le modèle M30 et 14, 30 et 43 jours pour le modèle M45. Le coefficient de Poisson et le module d'élasticité ont été déterminés par des essais de compression sur des

prismes ( $5 \times 5 \times 38 \text{ cm}^3$  pour M30 et  $5 \times 5 \times 21 \text{ cm}^3$  pour M45) sur lesquels des jauges de contraintes ont été placées dans les sens longitudinal et transversal. Ces paramètres ont été déterminés au moment des essais proprement dits.

Enfin, il importe de souligner que l'épaisseur de 1.5 cm est tout à fait théorique. En effet, après destruction des modèles on s'est aperçu que l'épaisseur réelle variait d'un

point à un autre et était le plus souvent supérieure à 1.5 cm. Nous donnons à la figure 2 le relevé des épaisseurs du modèle M45 pour mieux illustrer nos propos.

Les charges sont appliquées par l'intermédiaire d'un tripode circulaire dont les pieds sont en néoprène et ont chacun une aire de  $3.5 \text{ cm}^2$  environ.

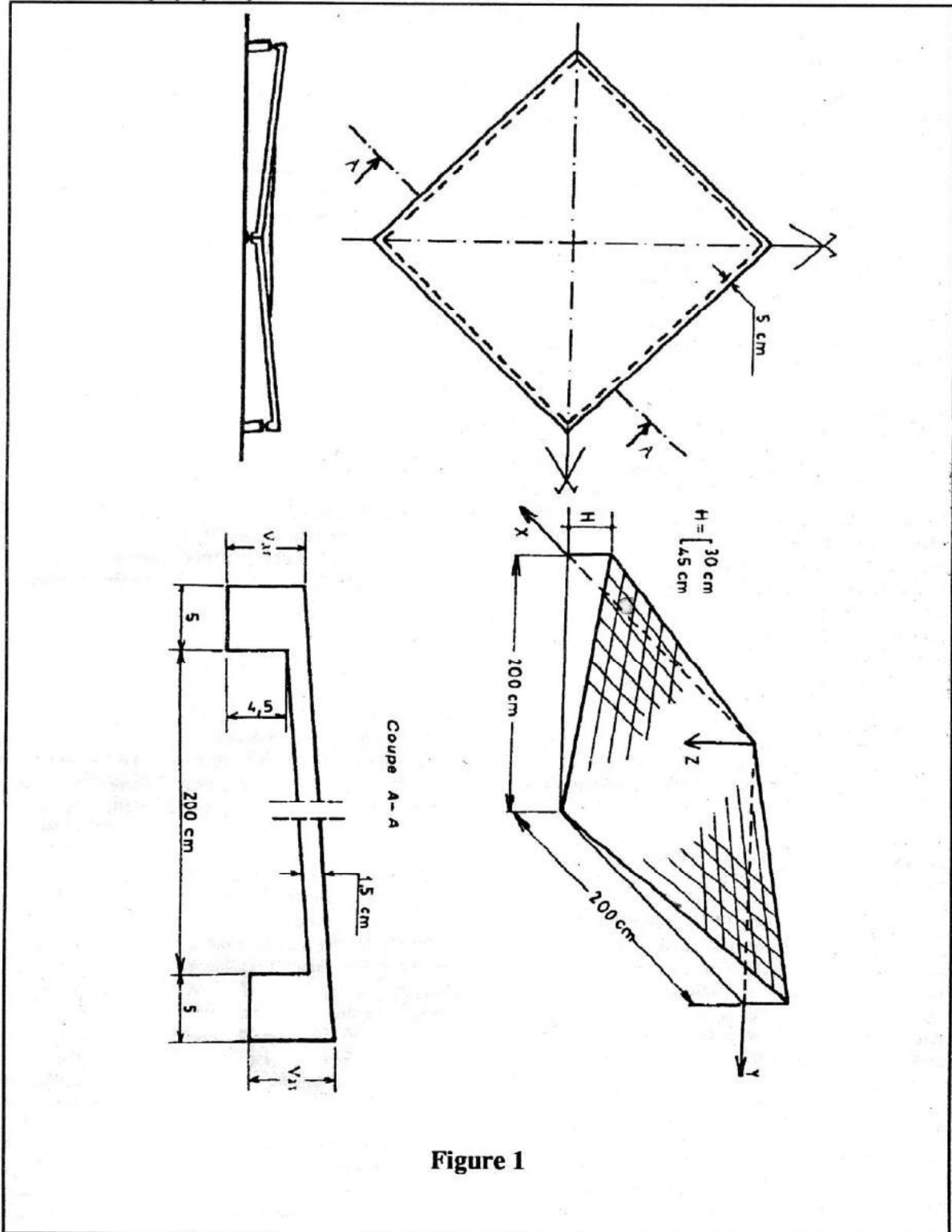


Figure 1

### Epaisseurs réelles (mm) (Modèle M45)

	B							H
	14,7	16,5	16,5	15,7				
	16,0	17,1	17,3	18,3	18,2	16,1	15,5	14,8
	16,4	18,4	18,5	20,0	19,6	17,3	16,5	15,6
	16,4	18,1	18,7	22,0	19,8	18,2	16,6	16,0
	14,6	16,9	17,6	20,0	22,5	17,5	17,9	16,3
	13,0	16,0	18,5	22,3	20,0	17,0	17,3	17,0
	12,6	14,6	17,7	19,0	19,3	17,5	17,0	15,7
	11,1	12,7	16,3	17,0	17,0	17,7	17,1	15,5
				15,3				
H								B

**Figure 2**

Les déformations de la structure sont mesurées à l'aide de "jauges électriques" ([12], [13], [14]) collées sur les deux faces. Pour mesurer les déplacements verticaux (flèches) on a utilisé des "transducteurs" inductifs. Tous les appareils de mesure sont reliés à une chaîne d'enregistrement automatique (Data Logger) elle même reliée à une imprimante. La disposition des points de mesure est indiquée à la figure 3.

Des essais préliminaires nous ont permis d'adopter la charges de 100 kg comme charge limite à appliquer pour les essais dans le domaine élastique linéaire. Pour des charges allant jusqu'à 100 kg, la structure présentait un comportement linéaire et les déformations et déplacements auxquels donnait lieu cette charge étaient suffisamment grands pour être mesurés avec précision.

Le modèle M30 a été sollicité en nonante quatre (94) points dont septante sept (77) sont des noeuds d'un maillage régulier ayant un pas de 25 cm en plan. Ce nombre important de points de chargement permettra de multiplier les informations sur les flèches du modèle par application du théorème de BETTI - MAXWELL. En ce qui concerne le modèle M45, le nombre de transducteurs utilisés (36) étant jugé suffisant, le nombre de points de chargement a été limité à dix-sept (17). Neuf (9) points sont situés sur la médiane parallèle à la rive bh (figure 3), à 25 cm d'intervalle l'un de l'autre, et les huit (8) autres répartis symétriquement par rapport au centre.

Pour ce qui est de l'ordre de chargement, on a commencé par solliciter le voile proprement dit en essayant d'avoir une symétrie dans le chargement.

#### 2.2 Cas d'une charge concentrée.

Le cas de la charge localisée au milieu du voile est particulièrement intéressant à cause de la symétrie totale qui le caractérise. Cette double symétrie, symétrie de la géométrie et de la sollicitation, doit permettre une vérification immédiate de la qualité du comportement de la structure et du bon fonctionnement des appareils utilisés.

A la figure 4a sont indiqués les déplacements verticaux des deux modèles, relevés aux mêmes points de mesure. On peut constater que le fait de varier le surbaissément de 50%, passage de H = 30 cm à H = 45 cm, entraîne une diminution des flèches mais dans une proportion beaucoup moindre. Néanmoins, il faut avoir à l'esprit la remarque faite précédemment sur les épaisseurs réelles des modèles (figure 2).

On notera aussi la déformabilité relativement importante des poutres de rive.

A partir des déformations mesurées à l'aide des jauges, on peut déterminer l'état de contraintes au point de mesure par application de la loi de Hooke. Lorsqu'on ignore les directions principales, trois (3) mesures de déformations linéaires dans trois (3) directions distinctes sont nécessaires, d'où l'utilisation des rosettes à 3 jauges, pour déterminer complètement l'état de déformations (et par conséquent l'état de contraintes) au point considéré ([15], [16], ...).

Les résultats obtenus par dépouillement des rosettes sont représentés aux figures 5 et 6. Signalons que pour la poutre de rive du modèle M30, les contraintes indiquées sont

celles qui agissent dans la direction longitudinale de la poutre.

On peut immédiatement noter que les deux modèles présentent, sur toute leur étendue, un comportement essentiellement "flexionnel" et non pas "membranaire".

On peut aussi relever un résultat important concernant la nature des contraintes. Pour le voile proprement dit, quel que soit le modèle considéré, les contraintes sont de même nature sur chaque face. A la face supérieure il y a uniquement des compressions et à la face inférieure seulement des tractions. Par contre, pour les poutres de rives, on voit sur la même face des contraintes de signes différents.

Un autre résultat remarquable qu'il convient de souligner est celui relatif aux directions principales. En effet, on remarque que les "directions principales minimales" sont, de manière générale, sensiblement proches des directions "radiales" (c'est à dire orientées vers la charge). Par conséquent les moments de flexion les plus importants sont ceux qui agissent autour des directions radiales.

Enfin, on notera que les contraintes des poutres ne sont pas négligeables en comparaison à celles du voile. Mais de façon générale, on peut dire que les contraintes sont plutôt "modérées".

### 2.3 Cas d'une charge répartie

Comme le but principal du travail était d'étudier le comportement du voile sous l'action des charges localisées, le dispositif expérimental n'a pas été conçu pour appliquer une charge répartie. Néanmoins, on peut se dispenser d'appliquer réellement une charge répartie comme on va le voir.

#### Simulation de la charge répartie.

On a vu que pour les charges concentrées utilisées, dont la plus élevée est de 100 kg, les modèles présentaient une réponse linéaire ; par conséquent le principe de superposition peut être appliqué. Ainsi, l'effet de la charge répartie peut être simulé par superposition des effets mesurés lors des chargements ponctuels effectués aux noeuds d'un maillage régulier.

On a simulé la charge de  $150 \text{ kg/m}^2$  pour laquelle le PH a été vérifié (par la théorie de la membrane) en considérant des charges de 24 kg chacune localisées aux noeuds du maillage principal dont le pas est de 50 cm en plan (figure 3). Les charges situées sur les quatre coins sont supposées être reprises totalement par les appuis.

Les appareils de mesure qui se trouvent aux noeuds du maillage considéré, donc au droit d'une charge localisée, vont enregistrer des effets qui ne sont pas du tout ceux d'une charge répartie. Aussi, avons-nous décidé de remplacer la lecture de l'appareil qui se trouve sous la charge par la moyenne des lectures du même appareil pour quatre positions de la charge autour du point considéré. Les quatre positions retenues sont situées à 12.5 cm du noeud considéré et dans quatre directions orthogonales. Cette correction

est assez importante puisque en procédant de la sorte, on réduit les déformations de 40 % en moyenne.

Les flèches obtenues sont indiquées à la figure 4b. On peut observer que l'augmentation du surbaissement de 50% entraîne une diminution des flèches qui varie de 13% au centre à 28% au point de mesure situé sur la diagonale. La plus faible réduction est observée au niveau de la poutre (9%).

On constate également que les variations relevées dans le cas de la charge répartie sont supérieures à celles trouvées dans le cas de la charge localisée au centre du PH.

Nous avons limité l'étude des contraintes au modèle M30. La figure 7 montre les contraintes et les directions principales sous la charge répartie de  $150 \text{ kg/m}^2$ .

On relève immédiatement que le comportement du PH est dans ce cas aussi essentiellement "flexionnel" et on ne retrouve pas le comportement membranaire. Les contraintes sont de même nature sur chaque face, compression à la face supérieure et traction à la face inférieure.

### 3 CONCLUSIONS

De l'étude expérimentale qu'on vient de décrire, nous pouvons retenir les résultats essentiels suivants :

- que ce soit sous l'action d'une charge concentrée ou d'une charge répartie, le comportement du paraboloïde hyperbolique est essentiellement flexionnel et on ne retrouve nulle part un comportement membranaire,
- de manière générale les contraintes restent modérées,
- les contraintes de membrane aux faces du voile sont très faibles et, dans le cas de la charge répartie, elles sont nettement plus petites que celles prévues par la théorie de la membrane qui est la solution de référence habituellement admise pour ce type de chargement,
- le surbaissement n'influence pas le comportement général du paraboloïde hyperbolique.

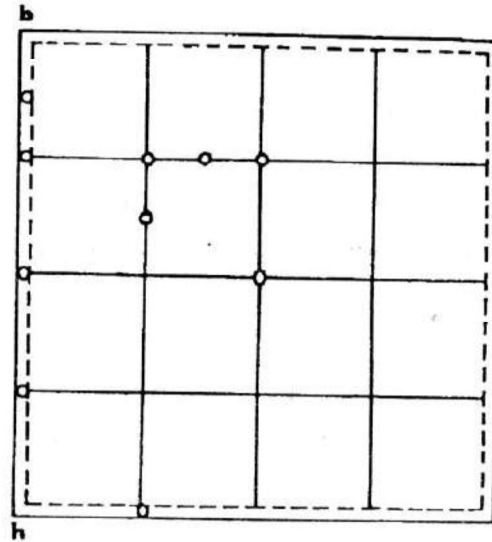
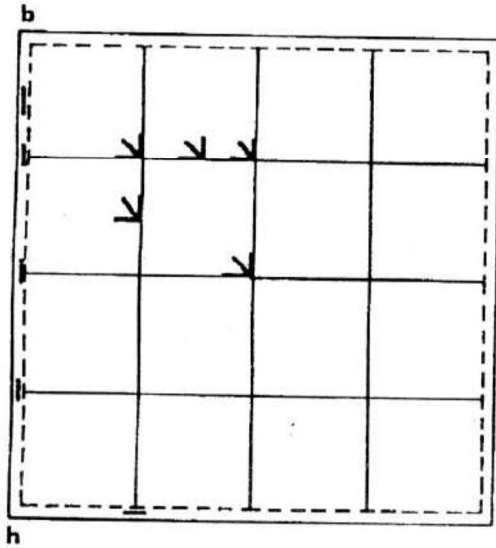
### 4 BIBLIOGRAPHIE

- (1) A.A BELES et M. SOARE  
"Les Paraboloïdes Elliptiques et Hyperboliques dans les constructions"  
Ed. Dunod - Paris (1967)
- (2) A. PFLUGER  
"Eléments de Statique des Coques"  
Ed. Dunod - Paris (1966)
- (3) A. PADUART  
"Les Voiles Mincees en béton armé"  
Ed. Dunod - Paris et Presses Universitaires de Bruxelles - Bruxelles (1969)
- (4) J. COURBON "  
Voiles Mincees  
Ed. Eyrolles - Paris (1979)

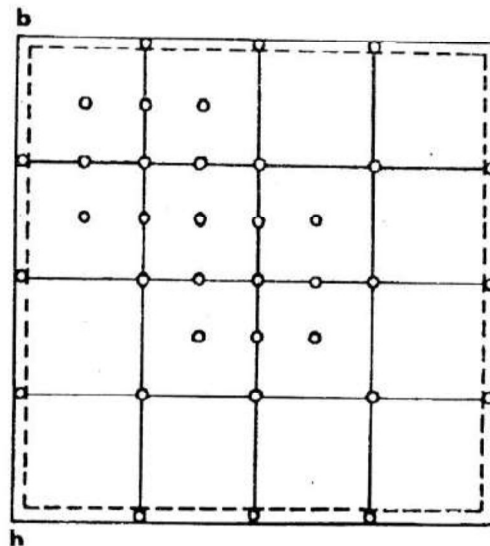
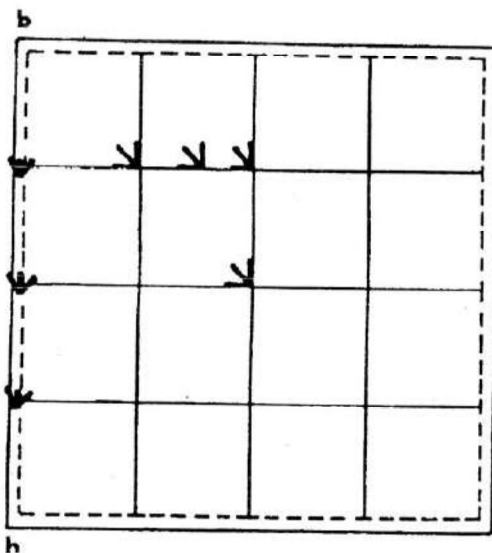
- (5) P. HALLEUX  
 "Comportement Flexionnel d'un Paraboloid Hyperbolique en micro-béton"  
 Université Libre de Bruxelles - Service Analyse des Contraintes  
 Séminaire d'Analyse des contraintes n° 17 (1976)
- (6) A. PADUART and P. HALLEUX  
 "Flexural Behaviour of a Micro-concrete Hypar Shell"  
 Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) n°61
- (7) A. PADUART and P. HALLEUX  
 "Test to Failure of a Micro-concrete Hypar Shell under Concentrated Load"  
 IASS Conf. on Lightweight Shell & Space Struc. for normal and Seismic Zones, Alma-Alta  
 Section 1 (Sep. 1977)
- (8) T.O. SAMBANTHAN, P. K. ARAVINDAN and P.S. RAO  
 "Behaviour of a Micro-concrete Hyperbolic Paraboloid Shell"  
 Inter. Jour. for Numerical Methods in Engrg. - Experimental Mechanics (Jun. 1981)
- (9) S.P. TIMOSHENKO and S. WOJNOWSKY - KREIGER  
 "Theory of Plates and Shells"  
 Ed. McGraw-Hill Kogakusha, LTD. Inter. Student Edition (Tokyo)
- (10) P. DAL et C. WOUTERS  
 "Etude du comportement linéaire et non linéaire de structures spatiales composites par la méthode des éléments finis"  
 Faculté des Sciences Appliquées de l'Université Libre de Bruxelles (1979)
- (11) Z. BENAZOUZ, S. BRAHIM et M. LERARI  
 "Etude du comportement des voiles minces en béton armé en forme de PH"  
 Département de Génie Civil de l'Ecole Nationale Polytechnique - Alger (1983)
- (12) J. AVRIL  
 "Manuel d'analyse expérimentale des contraintes"  
 Ed. Budd S.A. - France (1970)
- (13) P. HALLEUX  
 "Extensométrie sur béton, que peut-on mesurer ?"  
 Université Libre de Bruxelles - Service Analyse des Contraintes  
 Séminaire d'Analyse des Contraintes n° 16 (1975).
- (14) P. HALLEUX  
 "Précision de l'extensométrie en Génie Civil"  
 Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics  
 Série : Essais et Mesures n°152 (1976)
- (15) C. MASSONNET  
 "Résistance des Matériaux" - Tome II  
 Ed Dunod - Paris
- (16) R.G. BUDYNAS  
 "Advanced Strength and Applied Stress Analysis"  
 Ed. McGraw-Hill Kogakusha, LTD. Inter Student Edition (Tokyo)

# POSITION DES APPAREILS DE MESURE

M30



M45



↙ Rosette à 45°

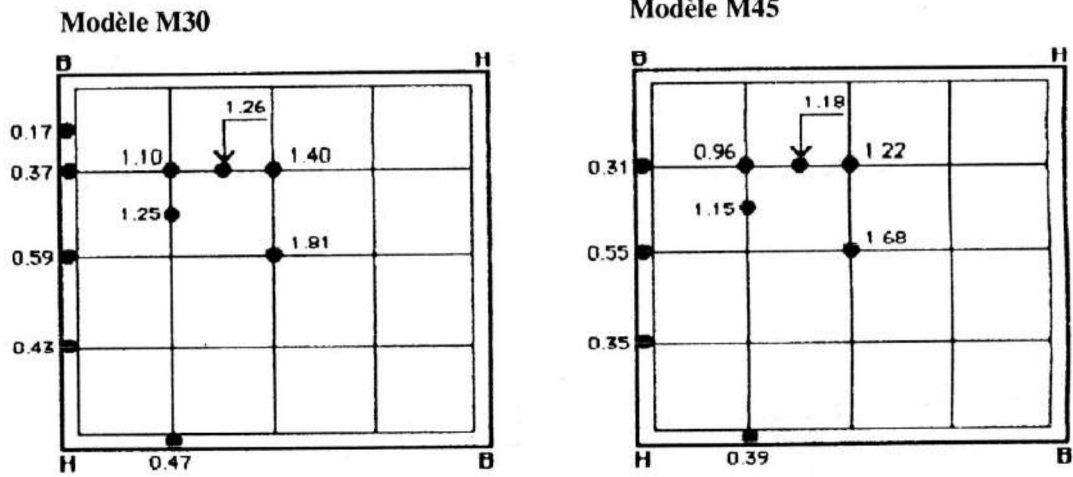
— Jauge simple

○ Transducteur

Figure 3

## DEPLACEMENTS VERTICAUX ( mm )

a) - Charge de 100 Kg au centre du PH



b) - Charge répartie 150 Kg / m<sup>2</sup>

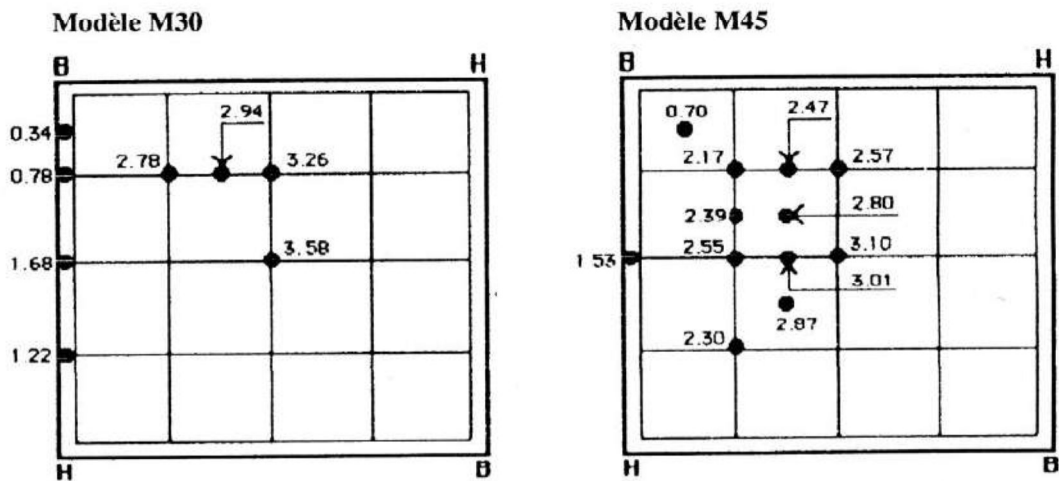
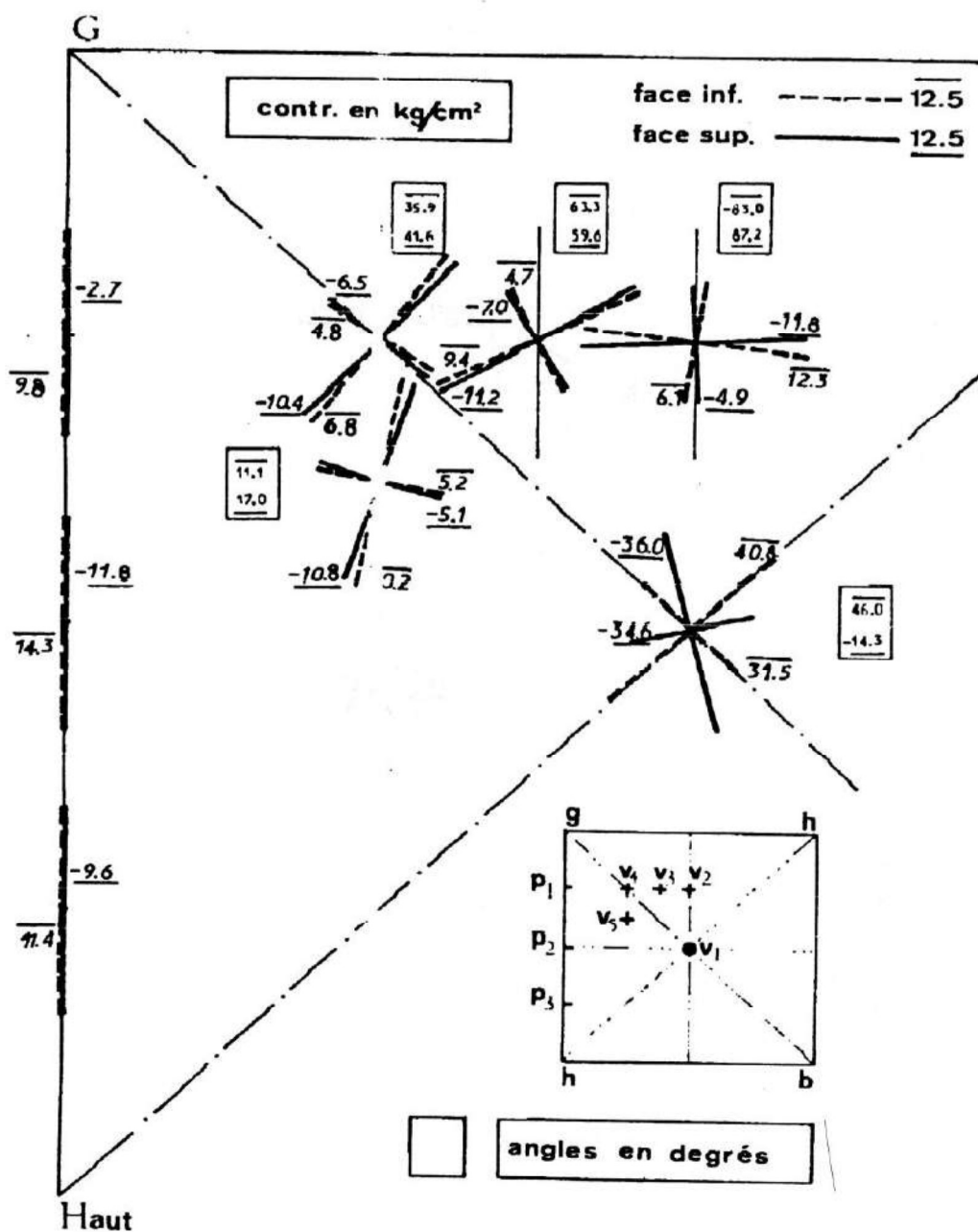


Figure 4

# CHARGE DE 100 Kg AU CENTRE DU PH

- Contraintes et Directions Principales -

( Modèle M30 )





**CHARGE DE 100 kg AU CENTRE DU PH**  
**- Contraintes et Directions Principales -**  
**( Modèle M 45 )**

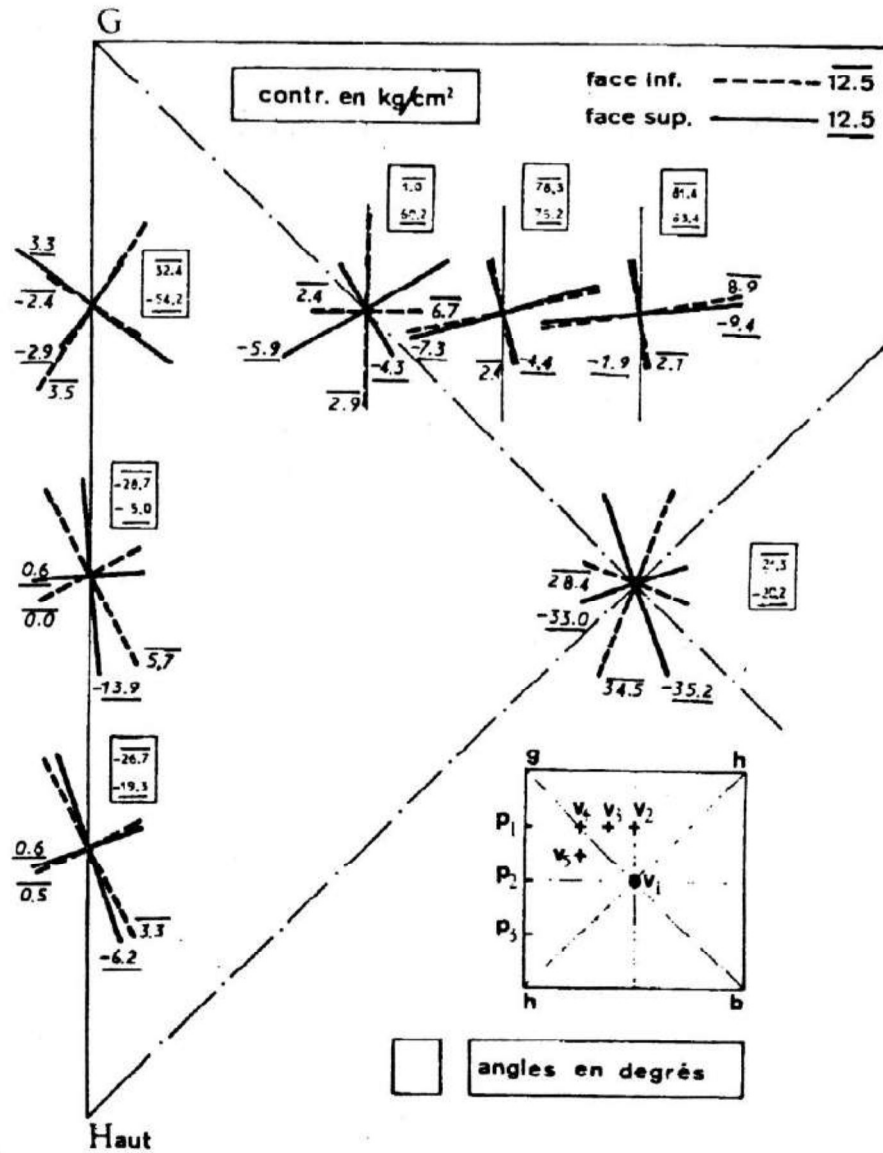


Figure 6

CHARGE REPARTIE DE 150 kg / cm<sup>2</sup>

- Contraintes et Directions Principales -

( Modèle M30 )

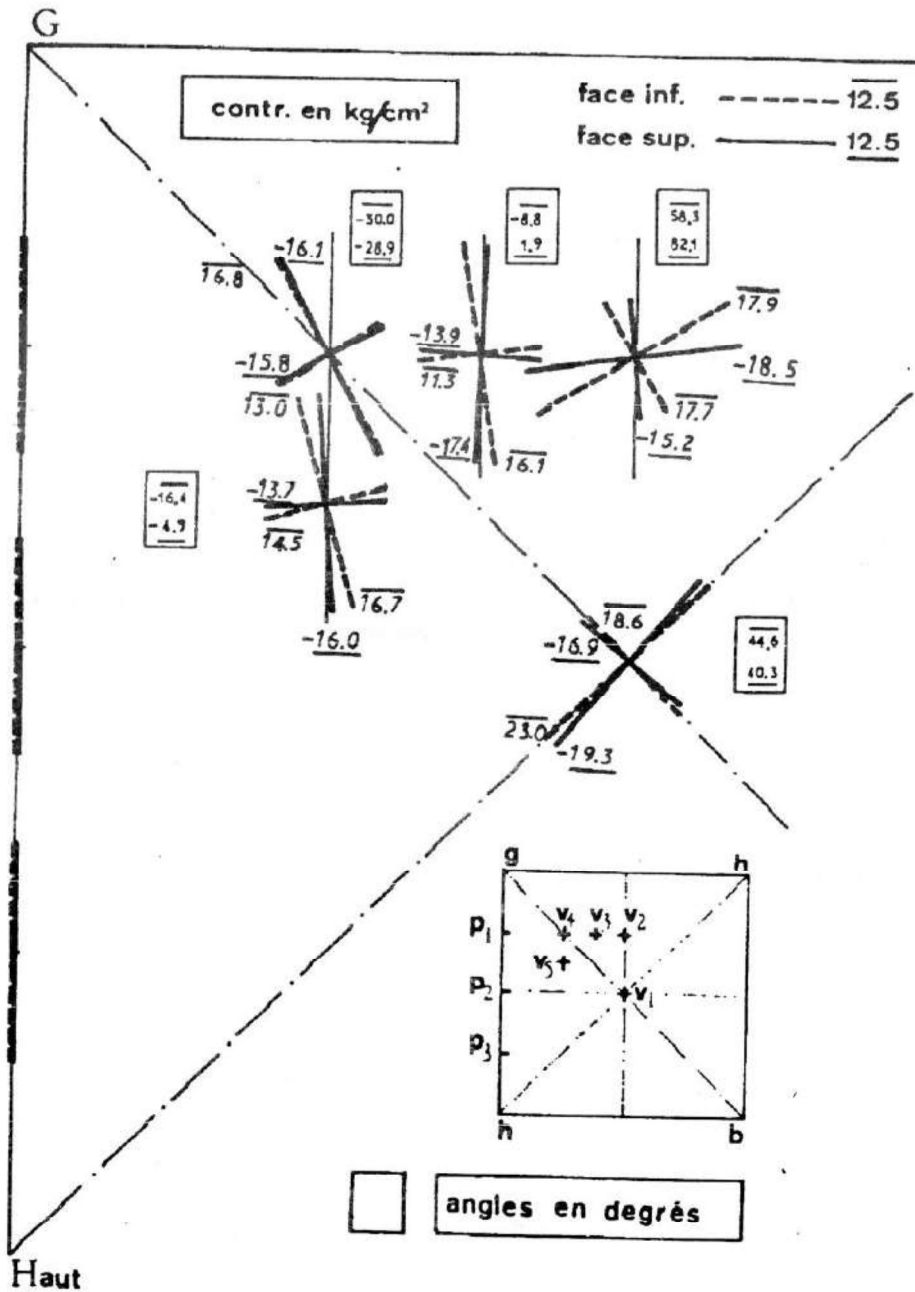


Figure 7